

# Sekundärströmungen in viskoelastischen Flüssigkeiten – ein Rückblick

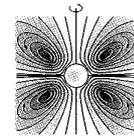
Beiträge  
Papers

## Secondary flows in viscoelastic fluids – a retrospect

Es wird ein – den Zeitraum von rund zwanzig Jahren (1956–76) umfassender – geschichtlicher Überblick über die theoretische Voraussage und die experimentelle Realisierung verschiedener Typen von Sekundärströmungen in viskoelastischen Flüssigkeiten gegeben [1], [2]. Dies sind zuerst die stationären Strömungen um rotierende Körper, durch gerade und gekrümmte Rohre sowie in konischen und Keilspalt-Düsen, doch wird abschließend auch kurz auf solche in oszillatorischen Strömungen eingegangen.

This paper provides a historical overview of theoretical and experimental developments related to a variety of secondary flows in viscoelastic fluids, covering the critical years from 1956 to 1976 [1], [2]. Types of flows described include steady flow around rotating bodies, flow through straight and curved pipes and through conical and slit dies. Finally oscillatory flows are briefly discussed in the closing section.

H. Giesekus,\*  
Dortmund,  
Germany



### 1 Einleitung

Als in den frühen fünfziger Jahren die ersten Informationen über Normalspannungseffekte durch die als Folge des Krieges Deutschland noch umgebenden Isolationswände hindurchdiffundierten, waren das erregende Neuigkeiten. Insbesondere traf dies für M. Reiners theoretische Voraussagen [3] der Existenz einer Flüssigkeit mit „Querviskosität“ und noch mehr für die von K. Weissenberg 1948 auf dem ersten Rheologie-Kongreß vorgestellten Experimente [4] zu. Nicht nur waren Phänomene wie z. B. das Hochklettern von Flüssigkeiten an einer Rührerwelle als solche verblüffend, sondern die Vorstellung von Normalspannungen, die den Stromlinien quasi den Charakter von gespannten Gummifäden verleihen, eröffnete ganz neue Gesichtspunkte für das Nachdenken über die Möglichkeit weiterer absonderlicher Effekte in Strömungen sog. nicht-newtonscher Flüssigkeiten.

Zwar wußte man längst, daß durch eine schergeschwindigkeitsabhängige Viskosität die Strömungsprofile beeinflußt werden können, aber die Strömungsform selbst blieb dabei doch erhalten. Nun aber erhob sich die Frage, ob infolge von Normalspannungen nicht weitergehende Veränderungen des Strömungscharakters möglich sein könnten, d. h. ob sich der Primärströmung, wie sie unter vorgegebenen Randbedingungen in einer newtonschen Flüssigkeit in Erscheinung treten würde, nicht noch eine das Strömungsbild qualitativ verändernde Sekundärströmung überlagern könnte.

Natürlich kannte man auch in newtonschen Flüssigkeiten sekundärströmungsartige Effekte längst als Folge der Massenträgheit, z. B. der Zentrifugalkräfte, doch spielten solche bei den durchweg sehr zähen nicht-newtonschen Flüssigkeiten zumeist nur eine untergeordnete Rolle. Bei diesen müßte man den

### 1 Introduction

As the first news of normal stress effects penetrated the post-war isolation surrounding Germany in the early 1950s, it generated considerable excitement. Such effects supported M. Reiner's theoretical predictions about the existence of fluids with "cross viscosity" [3] and were particularly applicable to the experimental results shown by K. Weissenberg in 1948 at the first International Congress on Rheology [4]. Not only were the newly observed effects such as rod-climbing astounding, the notion of normal stresses, which cause flow lines to attain a character somewhat like stretched rubber threads, provided a new perspective for considering other peculiar flow effects exhibited by non-Newtonian fluids.

Of course, it had long been known that the flow profile could be influenced by a shear rate dependent viscosity, even while the form of the flow remained the same. Now however, the question arose whether normal stresses could cause more extensive changes to the flow character. For instance, could the primary flow, i. e., that exhibited by a Newtonian fluid under the given boundary conditions, be superimposed with a secondary flow that differed qualitatively from the primary flow?

#### Prof. em. Dr. rer. nat. Hanswalter Giesekus

geb. 1922 in Hückeswagen (Bergisches Land), studierte an der Universität Göttingen Physik. Nach der Promotion war er von 1950 bis 1970 wissenschaftlicher Mitarbeiter bei der Bayer AG in Leverkusen und von 1970 bis 1987 Inhaber des Lehrstuhls für Strömungsmechanik im FB Chemietechnik der Universität Dortmund.

born in 1922 in Hückeswagen (Bergisches Land), studied physics at the University of Göttingen. After completing his doctorate he worked for Bayer AG in Leverkusen from 1950 to 1970. From 1970 to 1987 he occupied the Chair of Fluid Mechanics in the Chemical Engineering Department at the University of Dortmund.

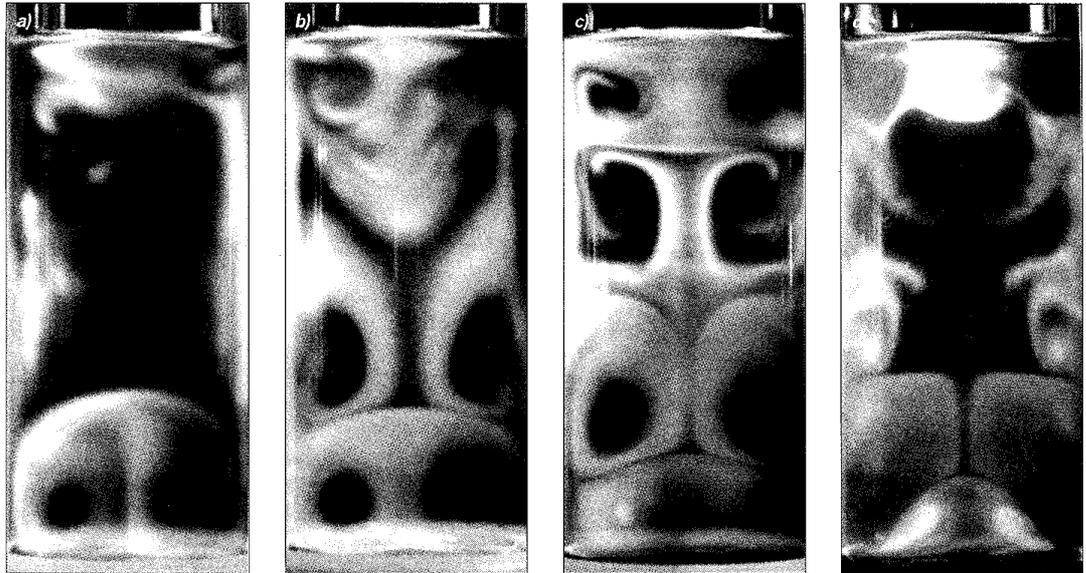


\* Stark gekürzte Fassung des Hauptvortrages auf der Jahrestagung der Fachgruppe Rheologie in der Polymer-Gruppe der Schweiz am 28. März 1996 in Basel – zu Ehren von Prof. Dr. Joachim Meissner aus Anlaß seiner Emeritierung.

\* Condensed version of the plenary lecture given at the Annual Meeting of the Rheology Section of the Polymer Group, Switzerland in Basel on March 28, 1996. Dedicated to Prof. Joachim Meissner on the occasion of his award of Emeritus Professor status.

Abb. 6:  
Sekundärströmung einer  
1,67%-igen wäßrigen Poly-  
acrylamid-Lösung in einem  
mit einer Amplitude von ca. 40°  
oszillierenden Zylinder. Die  
Frequenz beträgt (a) 75,  
(b) 100, (c) 175, (d) 250 min<sup>-1</sup>.  
Nach [18]

Fig. 6.  
Secondary flow of a  
1.67% aqueous polyacrylamide  
solution in a cylinder oscillating  
with an amplitude of about 40°.  
Frequency in min<sup>-1</sup>:  
(a) 75; (b) 100; (c) 175; (d) 250;  
(from [18])



nissen bei der konischen Düse – nur in einem mittleren Bereich, während nun zwei Zirkulationswirbel den Wänden anliegen.

Strömungen des zweiten Typs wurden erstmalig wohl von uns realisiert [27], und zwar sowohl an einer Schlitzdüse mit flachem Boden als auch an solchen mit unterschiedlich spitz zulaufenden Einströmöffnungen. Von besonderem Interesse waren dabei die Größe der Zirkulationszonen in Abhängigkeit von Durchsatz und Gestalt der Düse als auch die Bedingungen ihres Instabilwerdens. Während Strömungen dieses Typs in der Folgezeit immer wieder beobachtet und systematisch untersucht worden sind – vgl. *Boger und Walters* [2] – wurden solche vom ersten Typ nur in einem einzigen Fall 1974 von *K. Strauss* und *R. Kinast* [29] beobachtet.

### 5 Sekundärströmungsphänomene in oszillatorischen Strömungen

Während bei den bisher behandelten Sekundärströmungen stets eine stationäre Erregung zugrunde lag, sollen abschließend noch einige Andeutungen über Phänomene erfolgen, die durch eine periodische Bewegung verursacht werden. Auch bezüglich solcher Vorgänge wurden zwischen 1960 und 1965 schon theoretische Untersuchungen angestellt, so etwa von *A. C. Pipkin* [30] für die oszillierende Strömung in einem geraden Rohr mit elliptischem Querschnitt. Dabei wurde gefunden, daß auch hier eine Sekundärströmung ähnlich der bei der stationären Strömung vorausgesagten auftritt, allerdings nun schon als ein Effekt zweiter Ordnung im Produkt aus Amplitude und Frequenz. Derartige Strömungen dürften aber schwer zu realisieren sein und sind – soweit bekannt – bisher nicht untersucht worden.

Günstigere Bedingungen liegen bei der Untersuchung von Sekundärströmungen um oszillierende Rotationskörper vor. Hier hatte *K. Frater* [31] den Fall der oszillierenden Kugel theoretisch analysiert und dabei ein interessantes Wechselspiel zwischen den Einflüssen von Zentrifugal- und Normalspannungskräften auf die stationäre Sekundärströmungskomponente in Abhängigkeit von der Oszillationsfrequenz vorausgesagt.

and frequency. Such flows would be very difficult to realize and, to our knowledge, have never been experimentally investigated.

More easily attainable conditions exist for secondary flows around an oscillating rotational body. *K. Frater's* [31] theoretical analysis of an oscillating sphere yielded interesting predictions about the interplay of centrifugal and normal stress influences on the secondary flow component as a function of oscillation frequency.

Following our experiments with steady rotating spheres, we also conducted oscillatory experiments [18]. We found that near the equatorial plane the periodic component of the azimuthal motion decreased very rapidly as a function of distance from the sphere. At these outer regions, only the inward directed steady secondary flow component was influential. In consequence of a slightly unharmonic excitation this steady flow also contained an azimuthal component that increased with increasing frequency. Because the average rate of the sphere in oscillation is zero, the steady azimuthal flow is a secondary effect that, at a minimum, is third order, arising from the product of the oscillation amplitude and frequency.

The phenomena described here are closely related to those discussed earlier. One can in fact consider secondary flows under steady conditions to be the limiting case of oscillatory flow as the frequency tends to zero. There are also unsteady flows, for which such a limiting transition is completely absent. Such cases have no steady analogue; an example system is a fluid with a free surface contained in an upright cylinder that oscillates around its axis [18]. Such an experiment was suggested by *K. Weissenberg* [18], who observed interesting effects, but did not further investigate these. As expected, in a Newtonian fluid undergoing such oscillatory motion extended centrifugal vortices form. On the other hand, a fluid with sufficient viscoelasticity will, as a result of normal forces, develop a compact vortex that rotates in the opposite direction. The vortex is, however, short lived: as shown in *Fig. 6*, with increasing frequency additional vortices form, also originating at the fluid surface, until finally the

Wir führten daher im Anschluß an unsere Experimente mit stationär rotierenden Körpern auch solche mit oszillierender Erregung durch [18]. Bei der Kugel zeigte sich dabei, daß in der Nähe der Äquatorebene die periodische Komponente der Azimutalbewegung sehr rasch mit der Entfernung von der Kugel abklingt und weiter außen nur noch die nach innen gerichtete stationäre Sekundärströmungskomponente von Einfluß ist. Infolge der durch ein System von Kurbel- und Pleuelstange erzeugten nicht streng symmetrischen Oszillationsbewegung wies diese stationäre Strömung aber ebenfalls eine azimutale Komponente auf, die noch dazu mit wachsender Frequenz immer ausgeprägter in Erscheinung trat. Da die Geschwindigkeit der Kugel zwar selbst den Mittelwert Null besitzt, nicht aber mehr eine ungerade Potenz derselben, muß die beobachtete stationäre Azimutalbewegung als ein Sekundärströmungseffekt von in niedrigster Näherung dritter Ordnung in dem Produkt aus Oszillationsamplitude und -frequenz gedeutet werden.

Die hier genannten Phänomene hängen mit den früher betrachteten eng zusammen, insofern man die Sekundärströmungen unter stationären Bedingungen als Grenzfälle derer mit oszillatorischer Erregung bei gegen Null gehender Frequenz auffassen kann. Es gibt aber auch instationäre Strömungen, die bei einem solchen Grenzübergang vollständig verschwinden, so daß es hierfür kein stationäres Analogon gibt. Dies ist z. B. der Fall in einer Flüssigkeit, die bei Vorhandensein einer freien Oberfläche in einem aufrecht stehenden Zylinder um dessen Achse oszilliert. Die mit einer solchen Anordnung durchgeführten Experimente [18] waren durch einen Bericht von K. Weissenberg angeregt worden, demzufolge er unter ähnlichen Bedingungen merkwürdige Effekte beobachtet, dies aber nicht weiter verfolgt habe. Wie nicht anders zu erwarten, bildet sich bei einer solchen schwingenden Bewegung in einer newtonschen Flüssigkeit über dem Zylinderboden ein ausgedehnter Zentrifugalwirbel aus. Bei einer hinreichend viskoelastischen Flüssigkeit entsteht dagegen – durch die Normalspannungen hervorgerufen – über dem Boden ein gedrungener Wirbel mit entgegengesetztem Drehsinn. Es bleibt aber nicht dabei, sondern – wie Abb. 6 zeigt – bilden sich mit wachsender Frequenz darüber zuerst ein weiterer und schließlich – auch von der freien Oberfläche her – eine ganze Folge solcher Wirbel aus, die den Flüssigkeitsraum vollständig ausfüllen. Am Boden macht sich dann allerdings bei höheren Frequenzen wiederum der Einfluß der Zentrifugalkräfte in zunehmendem Maße bemerkbar, wodurch der Bodenring nach innen zu abgedrängt wird. Solche Phänomene sind unseres Wissens bisher aber noch nicht theoretisch untersucht worden.

■Rh

entire fluid is filled with such vortices. At the base, however, the influence of centrifugal forces is increasingly discernible, and the bottom ring is pulled towards the centre. To our knowledge, such phenomena have not yet been analyzed theoretically.

■Rh



- [1] Giesekus, H., „Phänomenologische Rheologie“, Springer Verlag, Berlin (1994).
- [2] Boger, D. V., Walters, K.: „Rheological Phenomena in Focus“, Elsevier, Amsterdam (1993).
- [3] Reiner, M., Amer. J. Math. 68 (1946), p. 672.
- [4] Weissenberg, K., Proc. Intern. Congr. Rheology Scheveningen 1948, North-Holland, Amsterdam, 1, (1949) p. 29.
- [5] Ericksen, J. L., Quart. Appl. Math. 14 (1956), p. 318.
- [6] Green, A. E., Rivlin, R. S., Quart. Appl. Math. 14, (1956), p. 299.
- [7] Oldroyd, J. G., Proc. Roy. Soc. (London) A 245 (1958), p. 278.
- [8] Giesekus, H., Proc. 4th Intern. Congr. Rheology Providence (R. I.) 1963, Vol. 1, (1965), p. 249.
- [9] Langlois, W. E., Quart. Appl. Math. 21 (1963), p. 61.
- [10] Thomas, R. H., Walters, K., Quart. J. Mech. Appl. Math. 17 (1964), p. 39.
- [11] Bhatnagar, R. K., Proc. Indian Acad. Sci. A 60 (1964), p. 99.
- [12] Walters, K., Savins J. G., Trans. Soc. Rheology 9 (1965), p. 407.
- [13] Giesekus, H., Rheol. Acta 9 (1970), p. 30.
- [14] Bhatnagar, P. L., Rathna, S. L., Quart. J. Mech. Appl. Math. 16 (1963), p. 329.
- [15] Rao, D. K. M., Proc. Indian Acad. Sci. A 56 (1962), p. 198.
- [16] Giesekus, H., Rheol. Acta 6 (1967), p. 339.
- [17] Langlois, W. E., Rivlin, R. S., Rend. Mathematica die Roma 22 (1963), p. 169.
- [18] Giesekus H., Rheol. Acta 4 (1965), p. 85.
- [19] Semjonow, V., Rheol. Acta 6 (1967), p. 171.
- [20] Jones, J. R., Quart. J. Appl. Math. 13 (1960), p. 428.
- [21] Thomas, R. A., Walters, K., J. Fluid Mech. 16 (1963), p. 228.
- [22] Langlois, W. E., Rivlin R. S., Techn. Report No. DA-4725/3, (1959), Div. Appl. Mathem. Brown Univ. (Providence, R. I.).
- [23] Kaloni, P. N., J. Phys. Soc. Japan 20 (1965), p. 132, 610.
- [24] Schümmer, P., Rheol. Acta 6 (1967), p. 192.
- [25] Tordella, J. P., Trans. Soc. Rheology 1 (1957), p. 203.
- [26] Schümmer, P., Werner, U., Chem. Ing. Techn., 38 (1966), p. 373.
- [27] Giesekus, H., Rheol. Acta 7 (1968), p. 127.
- [28] Tanner, R. I., Phys. Fluids 9 (1966), p. 1246.
- [29] Strauß, K., Kinast, R., (1974) J. Colloid & Polym. Sci. 252 (1974), p. 753.
- [30] Pipkin, A. C., Arch. Rational Mech. Anal. 15 (1964), p. 1.
- [31] Frater, K., J. Fluid Mech. 20 (1964), p. 369.

