

# Schnee- und Gletscherrheologie

## Snow and Glacier Rheology

Kolumban Hutter,  
Darmstadt,  
Germany



Schnee und Eis gehören zu den komplexesten Materialien und verhalten sich je nach Prozeß wie Festkörper oder Flüssigkeiten. Zur Beschreibung einer Fließlawine kann Schnee oder Eis als granulares Material mit Mohr-Coulomb-Rheologie aufgefaßt werden. Diesbezügliche theoretische Ansätze liefern im rechnerischen Vergleich von Theorie und Laborexperiment ausgezeichnete Übereinstimmung.

Eis in Gletschern und großen Eisschilden kann in erster Näherung als pseudoplastisches Fluid mit Potenzgesetz aufgefaßt werden, wobei allerdings eine bedeutende thermomechanische Kopplung berücksichtigt werden muß. Beobachtungen in Bohrkernen Grönlands lassen auf Anisotropie schließen, die durch thermomechanische Verformung bedingt ist. Klimaszenarien für die großen Eisschilde, die z. Z. mit dem pseudoplastischen Stoffgesetz gerechnet werden, bedürfen also einer Re-Analyse.

### 1 Einführung

Schnee und Eis prägen in alpinen und polaren Regionen das tägliche Leben; sie sind daher auch für den Materialwissenschaftler unter den verschiedensten Gesichtspunkten von Interesse. Ein Teil betrifft Schnee und Eis als Elemente der Umwelt, indem beide als Freizeitpotential genutzt werden oder aber als Lawinen

Snow and ice are extremely complex materials that respond either as solids or liquids depending on the loading conditions. In describing the flow of an avalanche, snow or ice can be modeled as a granular material that obeys Mohr-Coulomb rheology. Numerical calculations based on this theoretical equation show excellent agreement with laboratory experiments.

Ice in glaciers and large ice sheets can be modeled as pseudoplastic fluids obeying a power law equation; one must, of course, include a significant thermo-mechanical coupling term. Observations of drill cores from Greenland indicate the existence of anisotropy caused by thermo-mechanical deformation. Climate scenarios that model large ice sheets, which currently are calculated using pseudoplastic material laws, therefore need to be re-examined.

### 1. Introduction

In alpine and polar regions, snow and ice shape daily life; these materials are thus interesting to material scientists from a variety of vantage points. One aspect is their role as elements of our environment, i.e., the use of snow and ice for recreational activities and the danger they represent (in the form of avalanches) to tourists or mountain dwellers. Glaciers and ice sheets (such as in Greenland and Antarctica) are also sensitive indicators of our climate. Through their growth and retraction, they provide evidence about long term global climate variations. They are thus of central importance in climate research, which is currently examining the crucial question of global warming and attempting to predict resulting climatic effects.

In this paper we discuss rheological assumptions that underlie the theoretical models describing avalanche, glacier, and ice sheet dynamics and how the proposed models are employed as diagnostic and predictive tools.

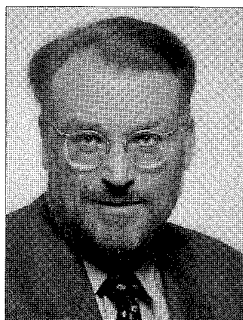
### 2. Avalanche Dynamics

Snow and ice avalanches (and other bulk flows such as mud slides, landslides, pyroelastic flows (from volcanoes) and other flows of granular materials) can be categorized in two classes: flow avalanches and powder avalanches (Fig. 1). In both cases, snow responds as a granular material: in one case as a packed granulate like sand or grain and in the other as a turbulent suspension, like an aerosol or dust in a whirlwind. Because a flowing avalanche is much more

#### Prof. Kolumban Hutter, Ph.D.

geb. 1941 in St. Gallen, Schweiz, hat an der ETH Zürich Bauingenieurwesen studiert, an der Cornell University, Ithaca, NY, USA in theoretischer Mechanik promoviert mit einem Thema zur Elektrodynamik, an der TU Wien sich in Mechanik und an der ETH Zürich in theoretischer Limnologie und Glaziologie habilitiert. Von 1973–1987 war er an der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich mit Themen zur Schnee-, Eis- und Seenphysik befaßt. Seit 1987 ist er Leiter der Arbeitsgruppe Strömungs- und Kontinuumsmechanik am Fachbereich Mechanik der TU Darmstadt.

born 1941 in St. Gallen, Switzerland, diploma in civil engineering from ETH Zurich, Ph. Degree from Cornell University, Ithaca, NY, USA in Theoretical and Applied Mechanics with a subject on electrodynamics, habilitation at TU Vienna in Mechanics and at ETH Zurich in Theoretical limnology and glaciology. Employed at Laboratory of Hydraulics, Hydrology and Glaciology of ETH Zurich from 1973–1987 working on Snow, Ice and Lake physics. Since 1987 heading the group Fluid- and Continuum Mechanics within the department of Mechanics at TU Darmstadt.



herrschenden Deformationszustände gibt Abb. 10, welche die Eispartikel-Trajektorien festhält. Reine Scherung, d.h. biaxiale Druckbeanspruchung herrscht in der Umgebung der Eisscheide D vor, einfache Scherung in Bodennähe. Dies sind die beiden wesentlichen Deformationszustände. Ein Materialgesetz für den Spannungstensor muß dafür sorgen, daß die induzierte Textur eines Polykristalls entlang eines Deformationspfades – im unteren Teil des Bildes 10 durch sich in Ellipsen verformende Kreise dargestellt – nachvollzogen wird.

Man kann die induzierte Anisotropie in einem Konstitutivgesetz für den Spannungstensor durch Einführung eines oder mehrerer Strukturtenoren berücksichtigen, die selbst von einer statistischen Verteilungsfunktion der Kristallorientierungen abhängen. Die Veränderung der letzteren entlang eines Deformationspfades muß durch eine eigene Evolutionsgleichung – eine sog. Fokker-Planck-Gleichung – beschrieben werden. Erste Ansätze eines solchen theoretischen Modelles sind vorhanden; sie sind von der Struktur her den Materialmodellen von Flüssigkristallen sehr ähnlich [10]. Eine Umsetzung in rechnerische Fließmodelle von Gletschern und Eisschilden steht aber noch aus.

### 5 Gletscher- und Eisschild-Dynamik

Zu den grundlegenden Aufgaben eines Eisschilddynamikers gehört die Berechnung der Geschwindigkeits-, Temperatur- und Wassergehaltsfelder innerhalb der Eismasse sowie der Veränderung der Geometrie des Eisschildes oder Gletschers als Folge des klimatischen Antriebs (Niederschlag, atmosphärische Oberflächentemperatur) und der Einwirkung der festen Erde (Verformung unter Einwirkung der Eislast, Zufuhr von geothermer Wärme). Das diesbezügliche freie Randwertproblem Stokeschen Fließens mit dem nichtlinearen pseudoplastischen rheologischen Modell (1) ist in vereinfachter Form – der sogenannten Flacheisannahme – von den verschiedensten Forschern numerisch gelöst worden [11], [12].

Ziel ist einerseits die Beschreibung von Gletschern oder Eisschilden durch die Eiszeiten der Vergangenheit bis zur

the ellipse shaped structures indicated in the lower portion of Fig. 10.

One can incorporate induced anisotropy into a constitutive equation for the stress tensor by introducing one or more structure tensors, which are themselves dependent on a statistical distribution function of the crystal orientations. The change in crystal orientation along a deformation path must be described by its own evolution equation – a so-called Fokker-Planck equation. The first formulations for such a theoretical model already exist; they are structurally very similar to the material models for liquid crystals [10]. However, these equations have not yet been adapted into a numerical flow model for glaciers and ice sheets.

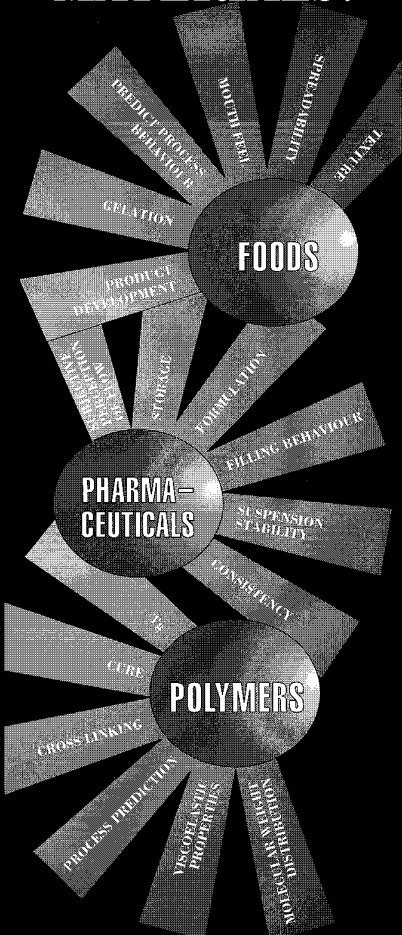
### 5. Glacier and Ice Sheet Dynamics

Among the fundamental tasks facing a glacier dynamicist is calculating the velocity, temperature, and water content fields within the ice mass and determining how the glacier geometry changes due to climatic effects (precipitation, atmospheric surface temperature, etc.) or effects on or within the ground beneath the glacier (e.g., deformation of the earth surface due to the glacier weight, inflow of geothermal heat, etc.). The free boundary value problem of Stokesian flow of a pseudoplastic fluid (1) has been solved numerically in simplified form (the so-called shallow ice assumption) by various researchers [11,12].

The objective is, on the one hand, to describe glaciers or ice sheets through the Ice Ages to present, and on the other, to the greenhouse effect and the corresponding increase in worldwide ocean levels. Another important aspect is determining the age of ice samples because, combined with analysis of  $O_2$ ,  $D_2$ ,  $CO_2$ , isotopes, such information assists efforts to determine climate characteristics of the distant past.

Figure 11 shows the volume of water lost by the Greenland ice sheet over the next 5000 years if the mean atmospheric temperature rises 2, 4, or 6 K. In the case of a permanent temperature rise of 2 K, the ice sheet loses very little volume;

## NEED TO CHARACTERISE MATERIALS?



We Provide  
Innovative  
Thermal Analysis &  
Rheology Solutions

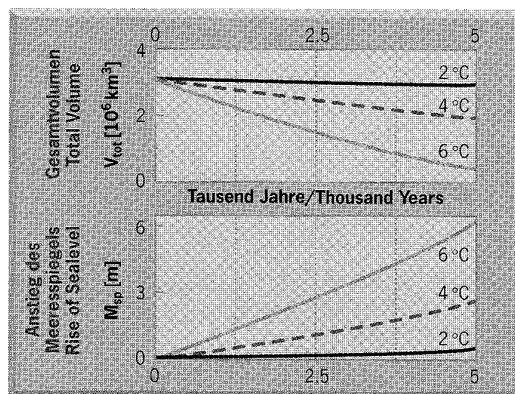
**TA Instruments**

Thermal Analysis & Rheology

TA Instruments, Ltd.  
Leatherhead, U.K.  
Telephone: 44-(0) 1372 360363  
Fax: 44-(0) 1372 360135

**Abb. 11:**  
Abnahme des Gesamtvolumens des Grönländischen Eisschildes bzw. entsprechender Meeresspiegelanstieg, falls das mittlere Erdklima plötzlich um 2°, 4° und 6°C ansteige [11].

**Fig. 11:**  
Decrease in the total volume of the Greenland ice sheet and the corresponding rise in sea level due to a worldwide rise in mean temperature of 2, 4, and 6°K [11].



Gegenwart, andererseits die Prognostizierung des Massenverlustes unter Vorgabe von Treibhaus-szenarien zur Abschätzung des zukünftigen Meeresspiegelanstiegs. Ein wichtiger Aspekt betrifft die Altersbestimmung des Eises, weil diese gepaart mit Isotopenanalysen von O<sub>2</sub>, D<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, etc. eine Rekonstruktion des vergangenen Klimas gestattet.

Abb. 11 zeigt, wie das Grönländische Eisschild während der nächsten 5000 Jahre an Volumen verliert, wenn die mittlere Atmosphärentemperatur um 2, 4 und 6 K erhöht wird. Bei einer anhaltenden Klima-veränderung um 2 K verliere das Eisschild nur wenig an Volumen; bei 4 und 6 K ist der Massenverlust und der parallel sich einstellende Meeresspiegelanstieg schon gravierend.

## 6 Schlußbemerkungen

Schnee und Eis sind rheologisch komplexe Materialien, die vom Materialwissenschaftler und Geophysiker theoretisch wie experimentell das Höchste fordern. Die gegenwärtige Kenntnis dieses komplexen Verhaltens steckt z. T. noch in den Anfängen. Es ist aber zu erwarten, daß die nächsten Jahre besonders hinsichtlich der induzierten Anisotropie im polykristallinen Eis der großen Eisschilde eine bedeutende Erweiterung unseres Wissens bringen werden.

Rh

however, for 4 and 6 K temperature increases the amount of volume lost, and the corresponding sea level rise, are dramatic.

## 6. Conclusions

Snow and ice are rheologically complex materials that are quite demanding to characterize, both theoretically and experimentally. Knowledge about the complex behavior of these materials is still in its infancy. However, much should be learned over the next few years, especially regarding induced anisotropy in polycrystalline ice that exists in large ice sheets.

Rh



- [1] Hutter, K.; Avalanche Dynamics, In: Hydrology of Disasters (V. P. Singh, ed.), Kluwer, Academic Publ. Dordrecht, 1996: pp. 317–394
- [2] Hutter, K.; Lawinendynamik, eine Übersicht, Der Maschinenschaden, 65. Jahrgang, 1992: pp.181–191
- [3] Greve, R.; Koch, T. & Hutter, K.; Unconfined flow of granular avalanches along a partly curved surface, Part I: Theory, Proc. R. Soc. London A 445, 1993, 399–413
- [4] Koch, T.; Greve, R. & Hutter, K.; Unconfined flow of granular avalanches along a partly curved surface, Part II: Experiments and numerical computations, Proc. R. Soc. London A 445, 1993, pp. 415–435
- [5] Paterson, S. B.; The Physics of Glaciers, 3rd. Edition, Pergamon, Elsevier Science Ltd., 1994
- [6] Hutter, K.; Theoretical Glaciology, Reidel, Dordrecht, 1983
- [7] Hutter, K.; Glacier flow, American Scientist, 70, 1982: pp. 26–34
- [8] Hutter, K.; Dynamics of glaciers and large ice masses, Annual Reviews of Fluid Mechanics, 14, 1982, pp. 183–230
- [9] Morland, L. W. & Spring, U.; Viscoelastic fluid relation for the deformation of ice, Cold Regions Science and Technology, 4, 1981: pp. 255–268
- [10] Svendsen, B. & Hutter, K.; A continuum approach to model induced anisotropy in glaciers and ice sheets, Annals of Glaciology, 23, 1996: pp. 262–269
- [11] Greve, R.; Thermodynamisches Verhalten polythermer Eisschilde – Theorie, Analytik, Numerik, Shaker Verlag, Aachen 1995
- [12] Calov, R. & Hutter, K.; Large scale motion and temperature distributions in land based ice shields – the Greenland Ice Sheet in response to various climate scenarios, Archives of Mechanics, in press
- [13] Thorsteinsson, T.; Textures and fabrics in the GRIP ice core in relation to climate history and ice deformation. Berichte zur Polarforschung, No. 205, AWI, Bremerhaven
- [14] Alley, R. B.; Flow-law hypotheses for ice modeling, J. Glaciol. 38 (129) 1992: pp. 245–256

